

# LyX oblivoir 문서 샘플

Nova de Hi

2020년 4월 1일

## 요약

이 문서는 LyX으로 oblivoir 문서를 작성하는 예를 보이기 위하여 작성하였다. 텍스트는 로저 펜로즈 지음, 박승수 옮김, 『황제의 새 마음: 컴퓨터, 마음, 물리 법칙에 관하여 (상)』 (1996, 이화여자대학교 출판부) pp. 151ff. 의 일부를 차용하였다.

폰트는 TeX Gyre Pagella와 Noto Serif CJK KR, Noto Sans CJK KR을 적용하였다. 만약 OB-MATHLEADING 패키지를 설치하였다면<sup>1</sup> Preamble에서 해당 행의 주석문을 해제하라.

## 차례

1 복소수 . . . . .	1
찾아보기	4

## 1 복소수

수학적인 능력과 우아함에서 실수 체계가 완전히 독점권을 갖는 것은 아니라는 사실이 밝혀졌다. 예를 들면, 제곱근은 음수가 아닌 양수로부터만 취할 수 있다는 것은 약간 매끄럽지 못하다. 수학적인 관점에서 — 잠시 물리적 체계와의 직접적인 관계에 대한 문제는 접어 두기로 하고 — 양수뿐만 아니라 음수의 제곱근을 구할 수 있다면 매우 편리할 것이라는 사실이 판명되었다.  $-1$ 에 대한 제곱근을 단순히 가정하거나 혹은 ‘발명’해보자. 그리고 이것을 기호  $i$ 로 표기하기로 하자. 그러므로 다음 식이 성립한다.

$$i^2 = -1$$

---

<sup>1</sup>KTUG Private Repository로부터 설치할 수 있다.

실수를 자기 자신에 곱한 결과는 항상 양수(또는 숫자가 0이면 0)이므로  $i$ 의 값은 실수가 될 수 없다. 이러한 이유로 제곱이 음수인 수에 대해서는 관례적으로 허수(虛數, imaginary number: 가상의 수)라는 용어를 사용한다. 그러나 이러한 허수가 우리에게 친숙한 실수에 비해서 현실성이 떨어지지는 않는다는 사실을 강조하고 싶다. 앞에서 강조한 바와 같이, 그러한 '실수'와 물리적 실체 사이의 관계는 처음 생각한 것처럼 직접적이거나 강제성이 있는 것은 아니다. 왜냐하면 실수에서는 무한한 정밀성의 수학적 이상체를 다루고 있는데, 이에 대해서는 자연으로부터 선형적(先驗的, *a priori*)인 근거가 그다지 명확하지 않다.

일단  $-1$ 의 제곱근을 갖게 되면 모든 실수에 대한 제곱근을 구하는 것은 그다지 어렵지 않다.  $a$ 가 양의 실수라면,

$$i \times \sqrt{a}$$

는 음의 실수  $-a$ 의 제곱근이다. (또 하나의 제곱근  $-i \times \sqrt{a}$ 도 있다.)  $i$  자체는 어떠한가? 이것도 제곱근을 갖는가? 물론 그렇다. 왜냐하면,

$$\frac{1+i}{\sqrt{2}}$$

(그리고 이 크기의 음수)의 제곱이  $i$ 가 되는 것을 쉽게 확인해볼 수 있을 것이다. 이 식 자체도 제곱근을 갖는가? 다시 한 번 그 답은 '예'이다.

$$\sqrt{\frac{1 + \frac{1}{\sqrt{2}}}{2}} + i\sqrt{\frac{1 - \frac{1}{\sqrt{2}}}{2}}$$

과 그 음수의 제곱은 실제로  $\frac{1+i}{\sqrt{2}}$ 이다.

그러한 수량을 만들어 내기 위하여 실수와 허수를 더할 뿐 아니라 그 수에 임의의 실수를 곱하는 것도 허용한 사실에 주목하기 바란다(0이 아닌 실수로 나누기도 하였는데 이는 그것의 역수를 곱하는 것과 같다). 그 결과로 얻어지는 값을 복소수라고 부른다. 복소수는,

$$a + ib$$

형태의 수인데 이 때  $a$ 와  $b$ 는 실수로서 각각을 그 복소수의 실수부(real part)와 허수부(imaginary part)라고 부른다. 두 개의 복소수를 더하고 곱하는 규칙은 일반적인 대수적 규칙을 따르는데, 다만  $i^2 = -1$ 의 규칙이 추가되었을 뿐이다.

$$(a + ib) + (c + id) = (a + c) + i(b + d)$$

$$(a + ib) \times (c + id) = (ac - bd) + i(ad + bc)$$

그런데 놀라운 일이 일어났다! 이 수의 체계에 대한 동기는 제곱근을 항상 구할 수 있도록 하고자 하는 것이었다. 이 목적은 아직 명확하지는 않지만 이미 이루어졌다.

그러나 그뿐만 아니라 훨씬 더 많은 것을 할 수 있게 되었다. 세제곱근, 다섯제곱근, 99 제곱근,  $\pi$ 제곱근,  $(1+i)$ 제곱근 등 모두를 무사히 구할 수 있게 된 것이다(18세기의 위대한 수학자 오일러가 보여주었던 것처럼). 복소수의 마법에 대한 또 한 가지 예로서 학교에서 배웠던 삼각함수의 다소 복잡해보이는 공식을 살펴보자. 두 각의 합에 대한 사인 값과 코사인 값은

$$\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$$

$$\cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$$

인데, 이는 다음과 같은 훨씬 간단한 (그리고 외우기 쉬운!) 복소수 방정식의 허수부와 실수부에 각각 해당한다.<sup>2</sup>

$$e^{iA+iB} = e^{iA}e^{iB}$$

여기에서 우리는 ‘오일러의 공식’만 알면 된다(오일러 이전 18세기 초기 영국의 수학자 코우트스(Roger Cotes)도 분명 구한 바 있다).

$$e^{iA} = \cos A + i \sin A$$

이것을 위의 공식에 대입하면,

$$\begin{aligned} \cos(A+B) + i \sin(A+B) &= (\cos A + i \sin A)(\cos B + i \sin B) \\ &= (\cos A \cos B - \sin A \sin B) + i(\sin A \cos B + \cos A \sin B) \end{aligned}$$

이고, 오른쪽 항을 곱한 결과로서 우리가 원하는 삼각함수 관계식을 얻을 수 있다. 즉,

$$\cos(A+B) = (\cos A \cos B - \sin A \sin B)$$

$$\sin(A+B) = (\sin A \cos B + \cos A \sin B)$$

이다.

---

<sup>2</sup> $e = 2.7182818285...$ (자연로그의 기수[base]로서 수학에서  $\pi$ 에 필적할 정도의 중요도를 갖는 무리수)의 값을 갖는  $e$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$e = 1 + \frac{1}{1} + \frac{1}{(1 \times 2)} + \frac{1}{(1 \times 2 \times 3)} + \dots$$

그리고  $e$ 의  $z$ 승은 다음과 같다는 것이 밝혀졌다.

$$e^z = 1 + \frac{z}{1} + \frac{z^2}{(1 \times 2)} + \frac{z^3}{(1 \times 2 \times 3)} + \dots$$

## 찾아보기

### B

base, 3

### O

oblivoir, 1

### 기

기수, 3

### 대

대수적 규칙, 2

### 복

복소수, 2

### 사

사인, 3

삼각함수, 3

수의 체계, 2

실수 체계, 1

실수부, 2

### 양

양수, 1

오일러, 3

오일러의 공식, 3

음수, 1

음수의 제곱근, 1

### 자

자연로그, 3

제곱근, 1, 2

### 코

코사인, 3

코우트스 (Roger Cotes), 3

### 페

페로즈, 1

폰트, 1

### 허

허수, 2

허수부, 2