73 함수 $f(x)=\dfrac{kx}{x^2+1}$와 다음 조건을 만족시키는 모든 연속함수 $g(x)$에 대하여 $\displaystyle\int_0^6 g(x)dx$의 최댓값은 $a+5\ln 5$이다. a의 값을 구하시오. (단, k는 실수이고 a는 정수이다.)

(가) 함수 $g(x)$의 치역은 $\{y \mid y \le 5\}$이다.   (나) 모든 실수 x에 대하여 $\{g(x)-f(x)\}\{g(x)+x-6\}=0$

74 실수 전체의 집합에서 이계도함수가 존재하는 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $x \ge 0$인 모든 실수 x에 대하여 $f'(x) \ne 0$, $\displaystyle\int_0^x \frac{e^t}{f'(t)}dt=\ln\{4f(x)\}$이다.   (나) $\displaystyle\int_0^{\ln 4} e^x f'(x)dx=\frac{31}{6}$

$\displaystyle\int_0^{\ln 4} e^x f(x)dx=\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

75 미분가능한 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x에 대하여 $f(x)>0$이다.
(나) $f'(x) \neq 0$인 모든 실수 x에 대하여

$$\ln f(x) = \frac{xf(x)}{e^x f'(x)}$$ 이다.

$f(0)=e$일 때, $f(-1)=e^a$이다. a^2의 값을 구하시오.

76 실수 전체의 집합에서 미분가능하고, 다음 조건을 만족시키는 모든 함수 $f(x)$에 대하여 $\int_{-\ln 4}^{\ln 4} f(x)dx$의 최댓값은?

(가) $f(x) \leq e^{-2x} - e^{-x} + \frac{1}{4}$
(나) $f(x)f'(x) \leq 0$

① $4+\frac{3}{2}\ln 2$ ② $\frac{17}{4}-\frac{1}{2}\ln 2$ ③ $\frac{35}{8}+\frac{3}{4}\ln 2$
④ $\frac{17}{4}+\frac{7}{2}\ln 2$ ⑤ $\frac{33}{8}-\frac{3}{4}\ln 2$

77 미분가능한 함수 $f(x)$는 열린 구간 $(-2,\ 2)$에서 감소하고 다음 조건을 만족시킨다. $f(-2)$의 값을 구하시오.

(가) $x \neq 0$인 모든 실수 x에 대하여

$$\left(\frac{f(x)}{x}\right)' = \left(\frac{f(-x)}{x}\right)'$$

이다.

(나) $f(0)=0,\ f(2)=-10,\ \int_{-2}^{2} |f(x)-x|dx = 20$

78 좌표평면에서 곡선 $y=e^{kx}$ $(k>0)$ 위의 임의의 서로 다른 두 점 P, Q에 대하여, 점 P에서 곡선 $y=e^{kx}$에 접하는 직선을 l이라 하고, 점 Q에서 곡선 $y=e^{kx}$에 접하는 직선을 m이라 하자. 다음 조건이 항상 성립하도록 하는 실수 k의 최댓값을 M이라 할 때, $e^{M}=a+b\sqrt{2}$이다. $a+b$의 값을 구하시오. (단, a, b는 정수이다.)

두 직선 l, m이 이루는 예각의 크기가 $45°$ 이상이면 두 점 P, Q의 x좌표의 차는 $\frac{1}{2}$ 이상이다.

79 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $x>0$일 때 $f(x)=e^{\sqrt{x}}$이다.
(나) 모든 실수 x에 대하여 $f(x)f(-x)=a$이다. (단, a는 상수이다.)

$f(x)$의 역함수를 $g(x)$라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

보기

ㄱ. $g(a)=0$

ㄴ. 함수 $f(x)$는 $x=0$에서 미분가능하다.

ㄷ. 함수 $g(x)$는 $x>0$에서 미분가능하다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

80 미분가능한 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(x)+f(-x)=x\sin x$
(나) $\int_{-x}^{x} f(t)\sin t\,dt=\int_{-x}^{x} f(t)\cos t\,dt$

$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{4}} f(x)dx$의 값은?

① $\frac{1+\sqrt{3}-\pi}{2}$ ② $\frac{2+2\sqrt{2}-\pi}{4}$ ③ $\frac{2-\sqrt{2}-\pi}{2}$
④ $\frac{2+\sqrt{2}+\pi}{4}$ ⑤ $\frac{2-\sqrt{3}+\pi}{2}$